

**Государственное общеобразовательное учреждение Республики Коми
«Физико-математический лицей-интернат»**

Рассмотрено

на заседании методического объединения
учителей математики

Протокол № 10 от 16.06.2021 г.

Согласовано

Методическим советом

Протокол № 1 от 31.08.2021 г.

Утверждаю

Директор ГОУ РК ФМЛИ

_____ Н.М. Шутова

«31» августа 2021 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ЭЛЕКТИВНОГО КУРСА

**«Практикум по решению математических задач»
СРЕДНЕГО ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**

Срок реализации 2 года

(разработана в соответствии с Федеральным государственным
образовательным стандартом среднего общего образования)

Разработчики: Сумарокова Лилия Зуфаровна,
учитель математики,
Уляшева Илона Иваровна,
учитель математики.

**Сыктывкар
2021**

Пояснительная записка

Рабочая программа элективного курса «Практикум по решению математических задач» (далее – программа) разработана:

- на основе требований к результатам освоения учебного предмета Федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования, утверждённым приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 17 мая 2012г. № 413 (в ред. приказов Минобрнауки Российской Федерации от 29.12.2014г. № 1645, от 31.12.2015г. № 1578, от 29.06.2017г. № 613, приказа Минпросвещения России от 11.12.2020г. №712);
- с учетом программ, входящих в состав Основной образовательной программы среднего общего образования ГОУ РК «ФМЛИ»;
- в соответствии с Положением о разработке, рассмотрении, утверждении, хранении рабочей программы учебного предмета, курса и учебным планом ГОУ РК «ФМЛИ».

Цели изучения курса «Практикум по решению математических задач»:

1. системное и осознанное усвоение расширенного и углублённого курса математики;
2. использование математических моделей для решения прикладных задач;
3. формирование математического стиля мышления;
4. развитие интереса учащихся к изучению математики;
5. развитие творческих способностей, направленное на подготовку выпускников к осознанному выбору профессии.

В соответствии с принятой Концепцией развития математического образования в Российской Федерации, математическое образование решает, в частности, следующие ключевые задачи:

1. «предоставлять каждому обучающемуся возможность достижения уровня математических знаний, необходимого для дальнейшей успешной жизни в обществе»;
2. «обеспечивать необходимое стране число выпускников, математическая подготовка которых достаточна для продолжения образования в различных направлениях и для практической деятельности, включая преподавание математики, математические исследования, работу в сфере информационных технологий и др.»;
3. «в основном общем и среднем общем образовании необходимо предусмотреть подготовку обучающихся в соответствии с их запросами к уровню подготовки в сфере математического образования».

Программа направлена на реализацию системно-деятельностного подхода к процессу обучения, который обеспечивает:

1. построение образовательного процесса с учётом индивидуальных, возрастных, психологических, физиологических особенностей и здоровья учащихся;
2. формирование готовности учащихся к саморазвитию и непрерывному образованию;
3. формирование активной учебно-познавательной деятельности учащихся;
4. формирование позитивного отношения к познанию научной картины мира;
5. осознанную организацию учащихся своей деятельности, а также адекватное её оценивание;
6. построение развивающей образовательной среды обучения.

Практическая значимость элективного курса «Практикум по решению математических задач» обусловлена тем, что его объектами являются фундаментальные структуры и количественные отношения действительного мира. Математическая подготовка необходима для понимания принципов устройства и использования современной техники, восприятия научных и технических понятий и идей. Математика является языком науки и

техники. С её помощью моделируются и изучаются явления и процессы, происходящие в природе.

Изучение элективного курса «Практикум по решению математических задач» существенно расширяет кругозор учащихся, знакомя их с индукцией и дедукцией, обобщением и конкретизацией, анализом и синтезом, классификацией и систематизацией, абстрагированием, аналогией. Активное использование задач на всех этапах учебного процесса развивает творческие способности учащихся. При изучении курса формируются умения и навыки умственного труда — планирование своей работы, поиск рациональных путей её выполнения, критическая оценка результатов. В процессе обучения учащиеся должны научиться излагать свои мысли ясно и исчерпывающе, лаконично и ёмко, приобрести навыки чёткого, аккуратного и грамотного выполнения математических записей.

Содержание курса «Практикум по решению математических задач» в 10–11 классах представлено в виде следующих содержательных разделов: «**Числа и величины**», «**Выражения**», «**Уравнения и неравенства**», «**Текстовые задачи**», «**Функции**», «**Элементы математического анализа**», «**Элементы комбинаторики, вероятности и статистики**».

В разделе «**Числа и величины**» расширяется понятие числа, которое служит фундаментом гибкого и мощного аппарата, используемого в решении математических задач повышенного и высокого уровней сложности. Существенно расширяется изучение тем «**Действительные числа**», «**Комплексные числа**».

Особенностью раздела «**Выражения**» является то, что материал изучается в разных темах курса: «**Тригонометрические функции**», «**Обратные тригонометрические функции**», «**Показательная и логарифмическая функции**». В задачи изучения раздела входит развитие умения решать задачи повышенного и высокого уровня сложности рациональными методами, вносить необходимые коррективы в ходе решения задачи.

Материал раздела «**Уравнения и неравенства**» изучается в разных темах курса: «**Тригонометрические функции**», «**Обратные тригонометрические функции**», «**Показательная и логарифмическая функции**». Данный материал содержит задачи, решаемые нестандартными методами, задачи с прикладным содержанием и задачи с параметрами высокого уровня сложности.

В раздел «**Текстовые задачи**» включены экономические задачи (банковские вклады, кредиты с дифференцированными платежами, кредиты с известной суммой выплат, задачи на оптимальный выбор), а также сюжетные задачи высокого уровня сложности по Теории чисел и на прогрессии.

Раздел «**Функции**» существенно расширяет круг изучаемых элементарных функций и методов их исследования. Целью изучения данного раздела является формирование умения соотносить реальные зависимости из окружающей жизни и из смежных дисциплин с элементарными функциями, использовать функциональные представления для решения задач повышенного и высокого уровней сложности, в том числе экономических задач и задач с параметрами.

Материал раздела «**Элементы математического анализа**», включающий в себя темы «**Предел последовательности**», «**Предел функции**», «**Производная и её применение**» формирует представления об общих идеях и методах математического анализа. Цель изучения раздела — применение аппарата математического анализа для решения математических и практических задач, в том числе экономических задач на оптимальный выбор, а также для доказательства ряда теорем математического анализа и геометрии.

Содержание раздела «**Элементы комбинаторики, вероятности и статистики**» раскрывает прикладное и практическое значение математики в современном мире. Материал данного раздела способствует формированию умения на более высоком уровне

воспринимать, представлять и критически анализировать информацию, представленную в различных формах, пониманию вероятностного характера реальных зависимостей.

Элективный курс «Практикум по решению математических задач» входит в состав части, формируемой участниками образовательных отношений (2 часа в неделю в 10-м и 11-м классах технологического профиля) учебного плана ГОУ РК «ФМЛИ»:

Класс	Учебный предмет (<i>курс</i>)	Количество часов в неделю	Количество учебных недель	Количество часов в год
10	Практикум по решению математических задач	2	35	70
11	Практикум по решению математических задач	2	34	68
Итого за уровень среднего общего образования				138

Реализация рабочей программы элективного курса «Практикум по решению математических задач» обеспечена учебно-методическим комплексом по алгебре и началам математического анализа для 10-11 классов Пратусевича М.Я.

Пратусевич М.Я. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс: учебник для общеобразовательных организаций: углубл. уровень / М.Я. Пратусевич, К.М.Столбов, А.Н.Головин. – М.: Просвещение, 2018.

Пратусевич М.Я. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. 11 класс: учебник для общеобразовательных организаций: углубл. уровень / М.Я. Пратусевич, К.М.Столбов, А.Н.Головин. – М.: Просвещение, 2018.

Учебники данных УМК включены в федеральный перечень учебников, рекомендуемых к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования.

Планируемые результаты освоения элективного курса «Практикум по решению математических задач»

Личностные результаты:

Личностные результаты в сфере отношений учащихся к себе, к своему здоровью, к познанию себя:

- ориентация учащихся на достижение личного счастья, реализацию позитивных жизненных перспектив, инициативность, креативность, готовность и способность к личностному самоопределению, способность ставить цели и строить жизненные планы;
- готовность и способность обеспечить себе и своим близким достойную жизнь в процессе самостоятельной, творческой и ответственной деятельности;
- готовность и способность учащихся к отстаиванию личного достоинства, собственного мнения, готовность и способность вырабатывать собственную позицию по отношению к общественно-политическим событиям прошлого и настоящего на основе осознания и осмысления истории, духовных ценностей и достижений нашей страны;
- готовность и способность учащихся к саморазвитию и самовоспитанию в соответствии с общечеловеческими ценностями и идеалами гражданского общества, потребность в физическом самосовершенствовании, занятиях спортивно-оздоровительной деятельностью;
- принятие и реализация ценностей здорового и безопасного образа жизни, бережное, ответственное и компетентное отношение к собственному физическому и психологическому здоровью;
- неприятие вредных привычек: курения, употребления алкоголя, наркотиков.

Личностные результаты в сфере отношений учащихся к России как к Родине (Отечеству):

- российская идентичность, способность к осознанию российской идентичности в поликультурном социуме, чувство причастности к историко-культурной общности русского народа и судьбе России, патриотизм, готовность к служению Отечеству, его защите;
- уважение к своему народу, чувство ответственности перед Родиной, гордости за свой край, свою Родину, прошлое и настоящее многонационального народа России, уважение к государственным символам (герб, флаг, гимн);
- формирование уважения к русскому языку как государственному языку Российской Федерации, являющемуся основой российской идентичности и главным фактором национального самоопределения;
- воспитание уважения к культуре, языкам, традициям и обычаям народов, проживающих в Российской Федерации.

Личностные результаты в сфере отношений учащихся к закону, государству и к гражданскому обществу:

- гражданственность, гражданская позиция активного и ответственного члена российского общества, осознающего свои конституционные права и обязанности, уважающего закон и правопорядок, осознанно принимающего традиционные национальные и общечеловеческие гуманистические и демократические ценности, готового к участию в общественной жизни;
- признание неотчуждаемости основных прав и свобод человека, которые принадлежат каждому от рождения, готовность к осуществлению собственных прав и свобод без нарушения прав и свобод других лиц, готовность отстаивать собственные права и свободы человека и гражданина согласно общепризнанным

принципам и нормам международного права и в соответствии с Конституцией Российской Федерации, правовая и политическая грамотность;

- мировоззрение, соответствующее современному уровню развития науки и общественной практики, основанное на диалоге культур, а также различных форм общественного сознания, осознание своего места в поликультурном мире;
- интериоризация ценностей демократии и социальной солидарности, готовность к договорному регулированию отношений в группе или социальной организации;
- готовность учащихся к конструктивному участию в принятии решений, затрагивающих их права и интересы, в том числе в различных формах общественной самоорганизации, самоуправления, общественно значимой деятельности;
- приверженность идеям интернационализма, дружбы, равенства, взаимопомощи народов; воспитание уважительного отношения к национальному достоинству людей, их чувствам, религиозным убеждениям;
- готовность учащихся противостоять идеологии экстремизма, национализма, ксенофобии; коррупции; дискриминации по социальным, религиозным, расовым, национальным признакам и другим негативным социальным явлениям.

Личностные результаты в сфере отношений учащихся с окружающими людьми:

- нравственное сознание и поведение на основе усвоения общечеловеческих ценностей, толерантного сознания и поведения в поликультурном мире, готовности и способности вести диалог с другими людьми, достигать в нем взаимопонимания, находить общие цели и сотрудничать для их достижения;
- принятие гуманистических ценностей, осознанное, уважительное и доброжелательное отношение к другому человеку, его мнению, мировоззрению;
- способность к сопереживанию и формирование позитивного отношения к людям, в том числе к лицам с ограниченными возможностями здоровья и инвалидам; бережное, ответственное и компетентное отношение к физическому и психологическому здоровью других людей, умение оказывать первую помощь;
- формирование выраженной в поведении нравственной позиции, в том числе способности к сознательному выбору добра, нравственного сознания и поведения на основе усвоения общечеловеческих ценностей и нравственных чувств (чести, долга, справедливости, милосердия и дружелюбия);
- развитие компетенций сотрудничества со сверстниками, детьми младшего возраста, взрослыми в образовательной, общественно полезной, учебно-исследовательской, проектной и других видах деятельности.

Личностные результаты в сфере отношений учащихся к окружающему миру, живой природе, художественной культуре:

- мировоззрение, соответствующее современному уровню развития науки, значимости науки, готовность к научно-техническому творчеству, владение достоверной информацией о передовых достижениях и открытиях мировой и отечественной науки, заинтересованность в научных знаниях об устройстве мира и общества;
- готовность и способность к образованию, в том числе самообразованию, на протяжении всей жизни; сознательное отношение к непрерывному образованию как условию успешной профессиональной и общественной деятельности;
- экологическая культура, бережное отношения к родной земле, природным богатствам России и мира; понимание влияния социально-экономических процессов на состояние природной и социальной среды, ответственность за состояние природных ресурсов; умения и навыки разумного природопользования, нетерпимое отношение к действиям, приносящим вред экологии; приобретение опыта эколого-направленной деятельности;

- эстетическое отношения к миру, готовность к эстетическому обустройству собственного быта.

Личностные результаты в сфере отношений учащихся к семье и родителям, в том числе подготовка к семейной жизни:

- ответственное отношение к созданию семьи на основе осознанного принятия ценностей семейной жизни;
- положительный образ семьи, родительства (отцовства и материнства), интериоризация традиционных семейных ценностей.

Личностные результаты в сфере отношения учащихся к труду, в сфере социально-экономических отношений:

- уважение ко всем формам собственности, готовность к защите своей собственности,
- осознанный выбор будущей профессии как путь и способ реализации собственных жизненных планов;
- готовность учащихся к трудовой профессиональной деятельности как к возможности участия в решении личных, общественных, государственных, общенациональных проблем;
- потребность трудиться, уважение к труду и людям труда, трудовым достижениям, добросовестное, ответственное и творческое отношение к разным видам трудовой деятельности;
- готовность к самообслуживанию, включая обучение и выполнение домашних обязанностей.

Личностные результаты в сфере физического, психологического, социального и академического благополучия учащихся:

- физическое, эмоционально-психологическое, социальное благополучие учащихся в жизни образовательной организации, ощущение детьми безопасности и психологического комфорта, информационной безопасности.

Метапредметные результаты:

Метапредметные результаты представлены тремя группами универсальных учебных действий (УУД).

1. Регулятивные универсальные учебные действия

Выпускник научится:

- самостоятельно определять цели, задавать параметры и критерии, по которым можно определить, что цель достигнута;
- оценивать возможные последствия достижения поставленной цели в деятельности, собственной жизни и жизни окружающих людей, основываясь на соображениях этики и морали;
- ставить и формулировать собственные задачи в образовательной деятельности и жизненных ситуациях;
- оценивать ресурсы, в том числе время и другие нематериальные ресурсы, необходимые для достижения поставленной цели;
- выбирать путь достижения цели, планировать решение поставленных задач, оптимизируя материальные и нематериальные затраты;
- организовывать эффективный поиск ресурсов, необходимых для достижения поставленной цели;
- сопоставлять полученный результат деятельности с поставленной заранее целью.

2. Познавательные универсальные учебные действия

Выпускник научится:

- искать и находить обобщенные способы решения задач, в том числе, осуществлять развернутый информационный поиск и ставить на его основе новые (учебные и познавательные) задачи;
- критически оценивать и интерпретировать информацию с разных позиций, распознавать и фиксировать противоречия в информационных источниках;
- использовать различные модельно-схематические средства для представления существенных связей и отношений, а также противоречий, выявленных в информационных источниках;
- находить и приводить критические аргументы в отношении действий и суждений другого; спокойно и разумно относиться к критическим замечаниям в отношении собственного суждения, рассматривать их как ресурс собственного развития;
- выходить за рамки учебного предмета и осуществлять целенаправленный поиск возможностей для широкого переноса средств и способов действия;
- выстраивать индивидуальную образовательную траекторию, учитывая ограничения со стороны других участников и ресурсные ограничения;
- менять и удерживать разные позиции в познавательной деятельности.

3. Коммуникативные универсальные учебные действия

Выпускник научится:

- осуществлять деловую коммуникацию как со сверстниками, так и со взрослыми (как внутри образовательной организации, так и за ее пределами), подбирать партнеров для деловой коммуникации исходя из соображений результативности взаимодействия, а не личных симпатий;
- при осуществлении групповой работы быть как руководителем, так и членом команды в разных ролях (генератор идей, критик, исполнитель, выступающий, эксперт и т.д.);
- координировать и выполнять работу в условиях реального, виртуального и комбинированного взаимодействия;
- развернуто, логично и точно излагать свою точку зрения с использованием адекватных (устных и письменных) языковых средств;
- распознавать конфликтогенные ситуации и предотвращать конфликты до их активной фазы, выстраивать деловую и образовательную коммуникацию, избегая личностных оценочных суждений.

Предметные результаты освоения курса «Практикум по решению математических задач» в 10-11-х классах технологического профиля:

Выделяются три направления требований к результатам математического образования:

1. практико-ориентированное математическое образование (математика для жизни);
2. математика для использования в профессии;
3. творческое направление, на которое нацелены те учащиеся, которые планируют заниматься творческой и исследовательской работой в области математики, физики, экономики и других областях.

Элективный курс «Практикум по решению математических задач» разработан для обеспечения возможности успешного продолжения образования выпускника по специальностям, связанным с осуществлением научной и исследовательской деятельности в области математики и смежных наук.

	Углубленный уровень «Системно-теоретические результаты»
--	--

Раздел	Выпускник научится
Цели освоения курса	Для обеспечения возможности успешного продолжения образования по специальностям, связанным с осуществлением научной и исследовательской деятельности в области математики и смежных наук
Элементы теории множеств и математической логики	<ul style="list-style-type: none"> – оперировать понятием определения, основными видами определений, основными видами теорем; – понимать суть косвенного доказательства; – оперировать понятиями счетного и несчетного множества; – применять метод математической индукции для проведения рассуждений и доказательств и при решении задач. <p>В повседневной жизни и при изучении других предметов:</p> <ul style="list-style-type: none"> – использовать теоретико-множественный язык и язык логики для описания реальных процессов и явлений, при решении задач других учебных предметов
Числа и выражения	<ul style="list-style-type: none"> – свободно оперировать числовыми множествами при решении задач; – понимать причины и основные идеи расширения числовых множеств; – владеть основными понятиями теории делимости при решении стандартных задач; – иметь базовые представления о множестве комплексных чисел; – свободно выполнять тождественные преобразования тригонометрических, логарифмических, степенных выражений; – владеть формулой бинома Ньютона; – применять при решении задач теорему о линейном представлении НОД; – применять при решении задач Китайскую теорему об остатках; – применять при решении задач Малую теорему Ферма; – уметь выполнять запись числа в позиционной системе счисления; – применять при решении задач теоретико-числовые функции: число и сумма делителей, функцию Эйлера; – применять при решении задач цепные дроби; – применять при решении задач многочлены с действительными и целыми коэффициентами; – владеть понятиями приводимый и неприводимый многочлен и применять их при решении задач; – применять при решении задач Основную теорему алгебры; – применять при решении задач простейшие функции комплексной переменной как геометрические преобразования
Уравнения и неравенства	<ul style="list-style-type: none"> – свободно определять тип и выбирать метод решения показательных и логарифмических уравнений и неравенств, иррациональных уравнений и неравенств, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; – решать различные типы уравнений и неравенств с параметрами; – применять при решении задач неравенства Коши - Буняковского, Бернулли; – применять неравенства между средними степенными
Функции	<ul style="list-style-type: none"> – владеть понятием асимптоты и уметь его применять при решении задач; – применять методы решения простейших дифференциальных уравнений первого и второго порядков; – применять при решении задач свойства функций: четность, периодичность, ограниченность; – применять при решении задач преобразования графиков функций;

	<ul style="list-style-type: none"> – применять при решении задач свойства и признаки арифметической и геометрической прогрессий. <p>В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:</p> <ul style="list-style-type: none"> – интерпретировать свойства функций в контексте конкретной практической ситуации; – определять по графикам простейшие характеристики периодических процессов в биологии, экономике, музыке, радиосвязи и др. (амплитуда, период и т.п.)
Элементы математического анализа	<ul style="list-style-type: none"> – свободно владеть стандартным аппаратом математического анализа для вычисления производных функции одной переменной; – свободно применять аппарат математического анализа для исследования функций и построения графиков, в том числе исследования на выпуклость; – оперировать понятием первообразной функции для решения задач; – овладеть основными сведениями об интеграле Ньютона–Лейбница и его простейших применениях; – оперировать в стандартных ситуациях производными высших порядков; – уметь применять при решении задач свойства непрерывных функций; – уметь применять при решении задач теоремы Вейерштрасса; – уметь выполнять приближенные вычисления (методы решения уравнений, вычисления определенного интеграла); – уметь применять приложение производной и определенного интеграла к решению задач естествознания; – владеть понятиями вторая производная, выпуклость графика функции и уметь исследовать функцию на выпуклость <p>В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:</p> <ul style="list-style-type: none"> – решать прикладные задачи из биологии, физики, химии, экономики и других предметов, связанные с исследованием характеристик процессов; – интерпретировать полученные результаты
Статистика и теория вероятностей, логика и комбинаторика	<ul style="list-style-type: none"> – использовать центральную предельную теорему при решении задач; – иметь представление о выборочном коэффициенте корреляции и линейной регрессии; – иметь представление о статистических гипотезах и проверке статистической гипотезы, о статистике критерия и ее уровне значимости; – иметь представление о связи эмпирических и теоретических распределений. <p>В повседневной жизни и при изучении других предметов:</p> <ul style="list-style-type: none"> – вычислять или оценивать вероятности событий в реальной жизни; – выбирать методы подходящего представления и обработки данных
Текстовые задачи	<ul style="list-style-type: none"> – решать разные задачи повышенной трудности; – анализировать условие задачи, выбирать оптимальный метод решения задачи, рассматривая различные методы; – строить модель решения задачи, проводить доказательные рассуждения при решении задачи; – решать задачи, требующие перебора вариантов, проверки условий, выбора оптимального результата; – анализировать и интерпретировать полученные решения в контексте условия задачи, выбирать решения, не противоречащие контексту;

	<ul style="list-style-type: none"> – переводить при решении задачи информацию из одной формы записи в другую, используя при необходимости схемы, таблицы, графики, диаграммы. <p>В повседневной жизни и при изучении других предметов:</p> <ul style="list-style-type: none"> – решать практические задачи повышенного и высокого уровня сложности и экономические задачи.
<i>Методы математики</i>	<ul style="list-style-type: none"> – использовать основные методы доказательства, проводить доказательство и выполнять опровержение; – применять основные методы решения математических задач; – применять нестандартные методы решения математических и прикладных задач; – применять математические знания к исследованию окружающего мира (моделирование физических процессов, задачи экономики)

**Планируемые результаты изучения элективного курса
«Практикум по решению математических задач»
в 10-м классе технологического профиля**

	Углубленный уровень «Системно-теоретические результаты»
Раздел	Выпускник научится
Цели освоения предмета	Для обеспечения возможности успешного продолжения образования по специальностям, связанным с осуществлением научной и исследовательской деятельности в области математики и смежных наук
Элементы теории множеств и математической логики	<ul style="list-style-type: none"> • Оперировать понятием определения, основными видами определений, основными видами теорем; • понимать суть косвенного доказательства; • оперировать понятиями счетного и несчетного множества; • применять метод математической индукции для проведения рассуждений и доказательств и при решении задач. <p>В повседневной жизни и при изучении других предметов: использовать теоретико-множественный язык и язык логики для описания реальных процессов и явлений, при решении задач других учебных предметов</p>
Числа и выражения	<ul style="list-style-type: none"> • Достижение результатов раздела II; • свободно оперировать числовыми множествами при решении задач; • понимать причины и основные идеи расширения числовых множеств; • владеть основными понятиями теории делимости при решении стандартных задач • свободно выполнять тождественные преобразования тригонометрических выражений; • применять при решении задач теорему о линейном представлении НОД; • применять при решении задач Китайскую теорему об остатках; • применять при решении задач Малую теорему Ферма; • уметь выполнять запись числа в позиционной системе счисления; • применять при решении задач теоретико-числовые функции: число и сумма делителей, функцию Эйлера; • применять при решении задач цепные дроби.
Уравнения и неравенства	<ul style="list-style-type: none"> • Свободно решать системы линейных уравнений; • решать основные типы уравнений и неравенств с параметрами; • применять при решении задач неравенства Коши — Буняковского, Бернулли; • иметь представление о неравенствах между средними степенными •
Функции	<ul style="list-style-type: none"> • применять при решении задач свойства функций: четность, периодичность, ограниченность; • владеть понятием асимптоты и уметь его применять при решении задач; • применять при решении задач преобразования графиков функций; • применять при решении задач свойства и признаки арифметической и геометрической прогрессий.

	<ul style="list-style-type: none"> • применять методы решения простейших дифференциальных уравнений первого и второго порядков <p>В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:</p> <ul style="list-style-type: none"> • интерпретировать свойства функций в контексте конкретной практической ситуации; • определять по графикам простейшие характеристики периодических процессов в биологии, экономике, музыке, радиосвязи и др. (амплитуда, период и т.п.)
Элементы математического анализа	<ul style="list-style-type: none"> • Достижение результатов раздела II; • свободно владеть стандартным аппаратом математического анализа для вычисления производных функции одной переменной; • свободно применять аппарат математического анализа для исследования функций и построения графиков, в том числе исследования на выпуклость; • оперировать в стандартных ситуациях производными высших порядков; • уметь применять при решении задач свойства непрерывных функций; • уметь применять при решении задач теоремы Вейерштрасса; • уметь применять приложение производной; • владеть понятиями вторая производная, выпуклость графика функции и уметь исследовать функцию на выпуклость
Текстовые задачи	<ul style="list-style-type: none"> • Решать разные задачи повышенной трудности; • анализировать условие задачи, выбирать оптимальный метод решения задачи, рассматривая различные методы; • строить модель решения задачи, проводить доказательные рассуждения при решении задачи; • решать задачи, требующие перебора вариантов, проверки условий, выбора оптимального результата; • анализировать и интерпретировать полученные решения в контексте условия задачи, выбирать решения, не противоречащие контексту; • переводить при решении задачи информацию из одной формы записи в другую, используя при необходимости схемы, таблицы, графики, диаграммы. <p>В повседневной жизни и при изучении других предметов:</p> <ul style="list-style-type: none"> • решать практические задачи и задачи из других предметов
Методы математиков	<ul style="list-style-type: none"> • Использовать основные методы доказательства, проводить доказательство и выполнять опровержение; • применять основные методы решения математических задач; • применять нестандартные методы решения математических и прикладных задач; • применять математические знания к исследованию окружающего мира (моделирование физических процессов, задачи экономики)

**Планируемые результаты изучения элективного курса
«Практикум по решению математических задач»
в 11-м классе технологического профиля**

	Углубленный уровень «Системно-теоретические результаты»
Раздел	Выпускник научится
Цели освоения предмета	Для обеспечения возможности успешного продолжения образования по специальностям, связанным с осуществлением научной и исследовательской деятельности в области математики и смежных наук
Элементы теории множеств и математической логики	<ul style="list-style-type: none"> Свободно оперировать понятием определения, основными видами определений, основными видами теорем; понимать суть косвенного доказательства; применять метод математической индукции для проведения рассуждений и доказательств и при решении задач. <p>В повседневной жизни и при изучении других предметов:</p> <ul style="list-style-type: none"> использовать теоретико-множественный язык и язык логики для описания реальных процессов и явлений, при решении задач других учебных предметов
Числа и выражения	<ul style="list-style-type: none"> Иметь базовые представления о множестве комплексных чисел; свободно выполнять тождественные преобразования логарифмических, степенных выражений; владеть формулой бинома Ньютона; применять при решении задач многочлены с действительными и целыми коэффициентами; владеть понятиями приводимый и неприводимый многочлен и применять их при решении задач; применять при решении задач Основную теорему алгебры; применять при решении задач простейшие функции комплексной переменной как геометрические преобразования
Уравнения и неравенства	<ul style="list-style-type: none"> Свободно определять тип и выбирать метод решения показательных и логарифмических уравнений и неравенств, иррациональных уравнений и неравенств, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; решать основные типы уравнений и неравенств с параметрами.
Функции	<ul style="list-style-type: none"> Уметь применять свойства степенной функции при решении задач; уметь применять свойства показательной функции при решении задач; уметь применять свойства логарифмической функции при решении задач; владеть понятием обратная функция; применять это понятие при решении задач; применять при решении задач свойства функций: четность, периодичность, ограниченность; применять при решении задач преобразования графиков функций. <p>В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:</p> <ul style="list-style-type: none"> определять по графикам и использовать для решения прикладных задач свойства реальных процессов и зависимостей; интерпретировать свойства в контексте конкретной практической ситуации;

	<ul style="list-style-type: none"> определять по графикам простейшие характеристики периодических процессов в биологии, экономике, музыке, радиосвязи и др. (амплитуда, период и т.п.)
Элементы математического анализа	<ul style="list-style-type: none"> Свободно владеть стандартным аппаратом математического анализа для вычисления производных функции одной переменной; свободно применять аппарат математического анализа для исследования функций и построения графиков, в том числе исследования на выпуклость; оперировать понятием первообразной функции для решения задач; овладеть основными сведениями об интеграле Ньютона–Лейбница и его простейших применениях; уметь применять при решении задач свойства непрерывных функций; уметь выполнять приближенные вычисления (методы решения уравнений, вычисления определенного интеграла); уметь применять приложение определенного интеграла к решению задач естествознания.
Статистика и теория вероятностей, логика и комбинаторика	<ul style="list-style-type: none"> использовать центральную предельную теорему при решении задач; иметь представление о выборочном коэффициенте корреляции и линейной регрессии; иметь представление о статистических гипотезах и проверке статистической гипотезы, о статистике критерия и ее уровне значимости; иметь представление о связи эмпирических и теоретических распределений. <p>В повседневной жизни и при изучении других предметов:</p> <ul style="list-style-type: none"> вычислять или оценивать вероятности событий в реальной жизни; выбирать методы подходящего представления и обработки данных
Текстовые задачи	<ul style="list-style-type: none"> Решать разные задачи повышенной трудности; анализировать условие задачи, выбирать оптимальный метод решения задачи, рассматривая различные методы; строить модель решения задачи, проводить доказательные рассуждения при решении задачи; решать задачи, требующие перебора вариантов, проверки условий, выбора оптимального результата; анализировать и интерпретировать полученные решения в контексте условия задачи, выбирать решения, не противоречащие контексту; переводить при решении задачи информацию из одной формы записи в другую, используя при необходимости схемы, таблицы, графики, диаграммы. <p>В повседневной жизни и при изучении других предметов:</p> <ul style="list-style-type: none"> решать практические задачи повышенного и высокого уровня сложности и экономические задачи.
Методы математики	<ul style="list-style-type: none"> Использовать основные методы доказательства, проводить доказательство и выполнять опровержение; применять основные методы решения математических задач; пользоваться прикладными программами и программами символьных вычислений для исследования математических объектов

**Содержание элективного курса
«Практикум по решению математических задач» 10 класс
2 часа в неделю, всего 70 часов**

1. Углубление курса алгебры 7-9 классов (14 ч)

Делимость натуральных чисел. Остатки и сравнения. Решение уравнений и неравенств, содержащих переменную под знаком модуля. Корень n -й степени и его свойства. Тождественные преобразования степенных и иррациональных выражений. Метод интервалов для решения неравенств. Использование неравенств и систем неравенств с одной переменной, числовых промежутков, их объединений и пересечений. Законы логики. Основные логические правила. Предикаты. Метод математической индукции. Диофантовы уравнения. Решение уравнений в целых числах.

2. Действительные числа (4ч)

Арифметические действия над обыкновенными дробями. Иррациональные числа. Арифметические действия над бесконечными десятичными дробями.

3. Последовательности (10ч).

Суммы и произведения, методы суммирования. Последовательности, способы задания последовательностей. Рекуррентные последовательности. Решение рекуррентных соотношений. Ограниченные, монотонные последовательности. Арифметические свойства сходящихся последовательностей. Числовые ряды, признаки сходимости числовых рядов.

4. Функция. (10ч)

Кусочно-заданные функции. Исследование и построение графиков кусочно-заданных функций. Преобразования графиков функций: сдвиги вдоль координатных осей, растяжение и сжатие, симметрия относительно координатных осей и начала координат. Графики взаимно обратных функций. Односторонние пределы. Решение задач. Непрерывность функции. Свойства непрерывных функций. Точки разрыва функции. Предел функции. Вычисления пределов функции.

5. Производная (20ч).

Производная функции в точке. Задачи на вычисление производной. Производная композиции функций. Производная обратной функции. Приложения производной: касательные к кривым 2-го порядка. Точки экстремума (максимума и минимума). Экстремумы функций. Применение производной при решении прикладных задач на максимум и минимум. Координатно-параметрический метод решения заданий с параметрами. Правило Лопиталю. Вычисление предела функции с помощью производной. Приложение производной: для доказательства неравенств, для решения уравнений и неравенств.

6. Тригонометрии (8ч)

Зависимость между тригонометрическими функциями одного аргумента. Формулы приведения, сложения тригонометрических функций, формулы двойного и половинного аргумента. Преобразование суммы, разности в произведение тригонометрических функций, и обратные преобразования. Тождественные преобразования тригонометрических выражений. Простейшие тригонометрические уравнения и неравенства. Исследование тригонометрических функций. Построение и преобразование графиков тригонометрических функций.

7. Теория чисел (4ч)

Применение при решении задач свойств арифметической и геометрической прогрессии, суммирования бесконечной сходящейся геометрической прогрессии. Задачи на числа и их свойства.

Содержание элективного курса
«Практикум по решению математических задач» 11 класс
2 часа в неделю, всего 68 часов

1. Обратные тригонометрические функции (6ч)

Обратные тригонометрические функции. Тожественные преобразования обратных тригонометрических функций. Производные обратных тригонометрических функций. Исследование обратных тригонометрических функций.

2. Тригонометрические уравнения и неравенства (10ч).

Тригонометрические уравнения с дополнительными условиями. Нестандартные методы решения тригонометрических уравнений. Системы тригонометрических уравнений. Тригонометрические неравенства. Решение тригонометрических неравенств с параметрами. Задачи с прикладным содержанием на тригонометрические уравнения и неравенства.

3. Комплексные числа (6ч)

Задачи повышенной сложности по теме «Комплексные числа». Применение методов теории комплексных чисел в геометрии. Решение уравнений в комплексных числах.

4. Финансовая математика (8ч).

Задачи на банковские вклады. Кредиты с известной суммой выплат. Кредиты с дифференцированными платежами. Задачи на оптимальный выбор.

5. Теория чисел. (8ч).

Задачи на числа и их свойства. Числовые наборы на карточках и досках. Задачи на последовательности и прогрессии. Сюжетные задачи.

6. Степенная, логарифмическая и показательная функции (14ч).

Задачи на исследование показательной и логарифмической функции. Тожественные преобразования логарифмических выражений. Показательные и логарифмические уравнения и неравенства. Решение задач с прикладным содержанием с помощью показательных и логарифмических уравнений. Системы логарифмических и показательных уравнений. Задачи повышенной сложности на логарифмическую и показательную функции. Показательные и логарифмические уравнения и неравенства с параметрами.

7. Теория вероятностей и статистика. (4ч)

Классические задачи на вероятность, геометрическая вероятность. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Формула Бернулли. Вероятностное пространство. Аксиомы теории вероятностей. Дискретные случайные величины и их распределения.

9. Итоговое повторение. (12ч)

Расположение корней квадратного трехчлена. Использование симметрий в задачах с параметрами. Использование монотонности, оценок в задачах с параметрами. Аналитическое решение уравнений, неравенств, систем с параметрами. Уравнения окружности и расстояния между точками в задачах с параметрами. Уравнения окружности и расстояния между точками в задачах с параметрами. Функции, зависящие от параметра.

**Тематическое планирование элективного курса
«Практикум по решению математических задач»**

10 класс			
№	Раздел, тема	Всего часов	Характеристика основных видов учебной деятельности ученика (формируемые учебные действия)
1.	<i>Глава 1. Углубление курса алгебры 7-9 классов</i>	14	<p><i>Описывать понятия:</i> предиката, области определения предиката, области истинности предиката, кванторов общности и существования.</p> <p><i>Формулировать</i> определения: делимости нацело, чисел, сравнимых по данному модулю, взаимно простых чисел, функции Эйлера, диофантова уравнения равносильных предикатов, конъюнкции предикатов, дизъюнкции предикатов, импликации предикатов, эквивалентности предикатов, отрицания предиката. <i>Доказывать</i> формулы: включения исключения.</p> <p><i>Применять</i> изученные определения, теоремы и формулы к решению задач.</p>
1.1	Делимость натуральных чисел. Признаки делимости.	2	
1.2	Решение уравнений и неравенств с модулем.	2	
1.3	Корень n -й степени и его свойства.	2	
1.4	Решение неравенств методом интервалов.	2	
1.5	Предикаты.	2	
1.6	Метод математической индукции.	2	
1.7	Уравнения в целых числах.	2	
2.	<i>Глава 2. Действительные числа.</i>	4	<p><i>Формулировать:</i></p> <p><i>определения:</i> цепной дроби, рациональных, действительных, соизмеримых чисел, иррациональных чисел, периодической десятичной дроби.</p> <p><i>Решать</i> задачи на действия с действительными числами.</p> <p><i>Применять</i> изученные определения, теоремы и формулы к решению задач.</p>
2.1	Арифметические действия над обыкновенными дробями.	2	
2.2	Иррациональные числа. Арифметические действия над бесконечными десятичными дробями.	2	
3.	<i>Глава 4. Предел последовательности.</i>	10	<p><i>Формулировать определения:</i> последовательности, линейного рекуррентного соотношения, ограниченной, монотонной последовательности, предела последовательности, бесконечно малых и бесконечно больших последовательностей, числового ряда</p>
3.1	Суммы и произведения	2	
3.2	Последовательности. Рекуррентные последовательности.	2	
3.3	Решение рекуррентных соотношений. Монотонные и ограниченные последовательности.	2	

3.4	Арифметические свойства сходящихся последовательностей.	2	<i>Знать</i> способы задания последовательностей, методы суммирования, признаки сходимости числовых рядов <i>Решать</i> рекуррентные соотношения, линейные рекуррентные соотношения, задачи <i>Применять</i> изученные определения, теоремы и формулы к решению задач.
3.5	Числовые ряды, признаки сходимости.	1	
	Полугодовая контрольная работа	1	
4.	<i>Глава 4. Функции</i>	10	<i>Формулировать определения:</i> функции; одностороннего предела функции, непрерывной функции, точек разрыва. <i>Описывать</i> алгоритмы: построения графиков функций $y = f(kx)$, $y = f(x)$, $y = f(x) $. <i>Формулировать</i> теоремы: о непрерывности многочлена, рациональной, иррациональной функции. <i>Применять</i> изученные определения, теоремы и формулы к решению задач.
4.1	Кусочно-заданные функции	2	
4.2	Преобразование графиков функций	2	
4.3	Односторонние пределы. Решение задач.	2	
4.4	Непрерывные функции. Точки разрыва функции.	2	
4.5	Вычисление пределов функций	2	
5.	<i>Глава 5. Производная</i>	20	<i>Описывать</i> понятия: касательной к графику функции, наибольшего (наименьшего) значения функции на отрезке, выпуклой вверх (вниз) функции, асимптоты графика. <i>Формулировать</i> определения: точки максимума, точки минимума, критической точки функции. <i>Формулировать</i> теоремы о производной композиции функций, обратной функции, <i>Описывать</i> алгоритмы: поиска наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке, исследования свойств и построения графика функции. <i>Записывать</i> уравнение касательной к графику функции. <i>Формулировать</i> теоремы: о непрерывности дифференцируемой функции, о признаке возрастания (убывания) функции, о признаке точки максимума (минимума), о признаке выпуклой вверх (вниз) функции. <i>Применять</i> изученные определения, теоремы
5.1	Задачи на вычисление производной.	2	
5.2	Производная композиции функций, производная обратной функции	2	
5.3	Приложения производной: касательные к кривым 2-го порядка.	2	
5.4	Экстремумы функций. Задачи на максимум и минимум.	2	
5.5	Кординатно-параметрический метод решения заданий с параметрами	6	
5.6	Правило Лопиталья	2	
5.7	Приложения производной: доказательство неравенств	2	
5.8	Решение уравнений и неравенств с применением производной	2	

			и формулы к решению задач
6.	<i>Глава 6. Тригонометрия</i>	8	<i>Использовать</i> формулы: основные соотношения между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента, сложения, приведения, двойного, тройного и половинного углов, понижения степени, для преобразований суммы, разности и произведения тригонометрических функций, производных тригонометрических функций. <i>Применять</i> изученные определения, теоремы и формулы к решению задач
6.1	Тождественные преобразования тригонометрических выражений.	2	
6.2	Тождественные преобразования тригонометрических выражений.	2	
6.3	Простейшие тригонометрические уравнения и неравенства	2	
6.4	Построение и преобразование графиков тригонометрических функций	2	
7.	<i>Глава 7. Теория чисел.</i>	4	<i>Уметь</i> строить и исследовать простейшие математические модели. <i>Применять</i> свойства чисел и систем счисления, делимости, долей и частей, процентов, модулей чисел при решении задач.
7.1	Задачи на прогрессии.	2	
7.2	Задачи на числа и их свойства.	1	
	Годовая контрольная работа.	1	

11 класс

№	Раздел, тема	Всего часов	Характеристика основных видов учебной деятельности ученика (формируемые учебные действия)
1.	<i>Глава 1. Обратные тригонометрические функции</i>	6	
1.1	Тождественные преобразования обратных тригонометрических функций.	1	<i>Формулировать</i> определения: арккосинуса, арксинуса, арктангенса, арккотангенса
1.2	Вычисление производных обратных тригонометрических функций.	1	<i>Доказывать</i> свойства: обратных тригонометрических функций.
1.3	Решение уравнений, содержащих обратные тригонометрические функции.	2	<i>Формулировать теоремы:</i> о тригонометрических операциях над аркфункциями, об основных соотношениях между аркфункциями
1.4	Исследование обратных тригонометрических функций.	1	<i>Применять</i> изученные определения, теоремы и формулы к решению задач.
1.5	Построение графиков обратных тригонометрических функций.	1	
2.	<i>Глава 2. Тригонометрические уравнения и неравенства</i>	10	
2.1	Тригонометрические уравнения с дополнительными условиями.	2	<i>Знать</i> методы решения тригонометрических уравнений, неравенств и их систем.
2.2	Решение тригонометрических уравнений нестандартными методами.	2	<i>Применять</i> изученные определения, теоремы и формулы к решению тригонометрических уравнений и неравенств, систем тригонометрических уравнений.
2.3	Решение систем тригонометрических уравнений и неравенств.	2	<i>Применять</i> изученные определения, теоремы и формулы к решению задач с прикладным содержанием.
2.4	Решение тригонометрических неравенств с параметрами.	2	
2.5	Задачи с прикладным содержанием на тригонометрические уравнения и неравенства.	2	

3.	Глава 3. Комплексные числа	6	<i>Формулировать</i> определения и свойства комплексных чисел <i>Описывать</i> тригонометрическую форму записи комплексного числа <i>Формулировать теоремы:</i> формулу Муавра, о квадратном корне и корне n-й степени из комплексного числа <i>Применять</i> изученные определения, теоремы и формулы к решению задач.
3.1	Задачи повышенной сложности по теме «Комплексные числа».	2	
3.2	Применение методов теории комплексных чисел в геометрии.	2	
3.3	Решение уравнений в комплексных числах.	2	
4.	Глава 4. Финансовая математика	8	<i>Распознавать</i> виды финансовых задач. <i>Применять</i> изученные методы решения финансовых задач. <i>Уметь</i> использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни.
4.1	Задачи на банковские вклады.	2	
4.2	Кредиты с известной суммой выплат.	2	
4.3	Кредиты с дифференцированными платежами.	2	
4.4	Задачи на оптимальный выбор.	1	
	<i>Полугодовая контрольная работа</i>	1	
5.	Глава 5. Теория чисел.	8	<i>Уметь</i> строить и исследовать простейшие математические модели. <i>Применять</i> свойства чисел и систем счисления, делимости, долей и частей, процентов, модулей чисел при решении задач.
5.1	Задачи на числа и их свойства.	2	
5.2	Числовые наборы на карточках и досках.	2	
5.3	Задачи на последовательности и прогрессии.	2	
5.4	Сюжетные задачи.	2	
6.	Глава 6. Степенная, логарифмическая и показательная функции	14	<i>Формулировать</i> определение: логарифма положительного числа по положительному основанию, отличному от единицы, теоремы о свойствах логарифма; логарифмической функции и описывать её свойства; показательной функции и описывать её свойства <i>Преобразовывать</i> выражения, содержащие степени с действительным показателем, логарифмические выражения. <i>Распознавать</i> показательные уравнения и неравенства. <i>Формулировать</i> теоремы о равносильном преобразовании показательных уравнений и неравенств. Решать показательные уравнения и неравенства.
6.1	Задачи на исследование показательной и логарифмической функции.	2	
6.2	Тождественные преобразования логарифмических выражений.	2	
6.3	Показательные и логарифмические уравнения и неравенства.	2	
6.4	Решение задач с прикладным содержанием с помощью показательных и логарифмических уравнений.	2	
6.5	Системы логарифмических и показательных уравнений.	2	

6.6	Задачи повышенной сложности на логарифмическую и показательную функции.	2	<i>Распознавать</i> логарифмические уравнения и неравенства. <i>Формулировать</i> теоремы о равносильном преобразовании логарифмических уравнений и неравенств. <i>Решать</i> логарифмические уравнения и неравенства.
6.7	Показательные и логарифмические уравнения и неравенства с параметрами.	2	
7.	<i>Глава 7. Теория вероятностей и статистика</i>	4	<i>Формулировать</i> определения несовместных событий, объединения и пересечения событий, дополнения события; зависимых и независимых событий, условной вероятности. <i>Находить</i> вероятности событий. <i>Распознавать</i> вероятностные эксперименты, описываемые с помощью схемы Бернулли. <i>Находить</i> условную вероятность, вероятности, используя формулу полной вероятности, формулу Байеса. <i>Находить</i> математическое ожидание случайной величины по её распределению. <i>Использовать</i> выводы теории вероятностей в задачах с практическим жизненным содержанием. <i>Применять</i> изученные определения, теоремы и формулы к решению задач.
7.1	Классические задачи на вероятность, геометрическая вероятность. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Формула Бернулли.	2	
7.2	Вероятностное пространство. Аксиомы теории вероятностей. Дискретные случайные величины и их распределения.	2	
8.	<i>Глава 9. Итоговое повторение</i>	12	
8.1	Расположение корней квадратного трехчлена.	2	
8.2	Использование симметрий в задачах с параметрами.	2	<i>Систематизировать</i> учебный материал. <i>Уметь</i> строить и исследовать простейшие математические модели. <i>Уметь</i> решать уравнения и неравенства. <i>Применять</i> изученные определения, теоремы и формулы к решению задач с параметрами.
8.3	Использование монотонности, оценок в задачах с параметрами.	2	
8.4	Аналитическое решение уравнений, неравенств, систем с параметрами.	2	
8.5	Уравнения окружности и расстояния между точками в задачах с параметрами.	2	
8.6	Функции, зависящие от параметра.	1	
	<i>Годовая контрольная работа</i>	1	

**Перечень контрольных работ элективного курса
«Практикум по решению математических задач»**

10 класс

Полугодовая контрольная работа.
Годовая контрольная работа.

11 класс

Полугодовая контрольная работа.
Годовая контрольная работа.